【詳細な回答並びに，解法及び解説】
(問題により，省略しているものがある。)
1　⑶

$$
\begin{aligned}
&-3x^2-2xy+4x+4y+4 \\
&\qquad = -\{3x^2+2(y-2)x+2(2y+2)\} \\
&\qquad = -\{3x+(2y+2)\}\{x-2\} \\
&\qquad = -(3x+2y+2)(x-2)
\end{aligned}
$$

2　⑴

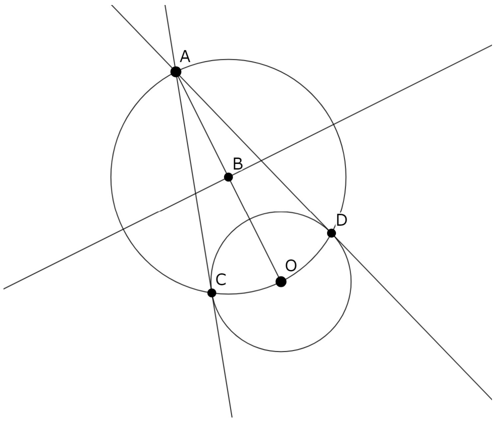

図 1

点 A，O を結び，その中点を垂直二等分線により，得る。その後，その中点を中心とした，半径 AB(=BO)の円を描き，それと円 O との交点は接点となる。
(接線と直径は垂直に交わるから，$\angle ACO=\angle ADO=90°$であることを利用して，直径に対する円周角が$90°$となることを用いて，接線を作図する。)

⑵
それぞれの長さを三平方の定理(ピタゴラスの定理)を利用して，長さを算出する。

$$3^2\pi\cdot4\cdot\frac{1}{3}+3^2\pi\cdot3\cdot\frac{1}{3}=3\pi\cdot5=21\pi$$

⑶

	1	2	3	4	5	6
1	$\boxed{2}$	$\boxed{3}$	4	$\boxed{5}$	6	$\boxed{7}$
2	$\boxed{3}$	4	$\boxed{5}$	6	$\boxed{7}$	8
3	4	$\boxed{5}$	6	$\boxed{7}$	8	9
4	$\boxed{5}$	6	$\boxed{7}$	8	9	10
5	6	$\boxed{7}$	8	9	10	$\boxed{11}$
6	$\boxed{7}$	8	9	10	$\boxed{11}$	12

2つのサイコロ同士の目の和

$$\frac{15}{36}=\frac{5}{12}$$

3　⑴

取りうる値は，四捨五入したときに，その値になる値の範囲をいう。したがって，四捨五入して，19.0となるのは，18.95から19.05である。

⑵

四分位範囲　　：0.9
範囲　　　　　：2.0
中央値(追加前)：19.7
平均値　　　　：$19.58\dot{6}$

ア：　表 1 では，平均気温を示している。各月の中で 30℃を超えたか否かは判定できない。

イ：　各年の 5 月はすべて 31 日ある。したがって，その期間の平均ということができる。

ウ：　上の数値から正しい。

エ：　平均値-0.6℃は$18.98\dot{6}$℃となり，平均値$+0.6$℃は$20.18\dot{6}$℃となり，その範囲外にデータがあるため不適。

オ：　昇順に並べたときに，中央値の前の値よりも前に 2022 年の数値があった場合，中央値は 19.55 となる。中央値の後ろの値よりも後ろに 2022 年の数値があった場合，中央値は，19.75 となるので，不適である。以上のことより，2022 年の数値は中央値の前よりも前に存在することがわかる。しかしその値が一意に定まらないので不適である。

4

方程式：

$$\begin{cases} x+y=230 \\ x\cdot\frac{55}{100}\cdot 60+y\cdot\frac{75}{100}\cdot 120=15855 \end{cases}$$

(2 元連立一次方程式)

$$x\cdot\frac{55}{100}\cdot 60+(230-x)\cdot\frac{75}{100}\cdot 120=15855$$

(1 元一次方程式)

$$(230-x)\cdot\frac{55}{100}\cdot 60+y\cdot\frac{75}{100}\cdot 120=15855$$

(1 元一次方程式)

解法・手順：
(上記の 2 元連立一次方程式を考える)

$$x \cdot \frac{55}{100} \cdot 60 + y \cdot \frac{75}{100} \cdot 120 = 15855$$
$$\Leftrightarrow 33x + 90y = 15855$$
$$x + y = 230$$
$$\Leftrightarrow 33x + 33y = 7590$$

したがって，

$$57y = 8265$$
$$\Leftrightarrow y = 145$$

を得る。よって，

$$\begin{cases} x = 85 \\ y = 145 \end{cases}$$

単位 W は，J/秒と等しい。したがって，単位 W を速さの単位として考えることも可能である。このことを利用してほしい。

5　(1)

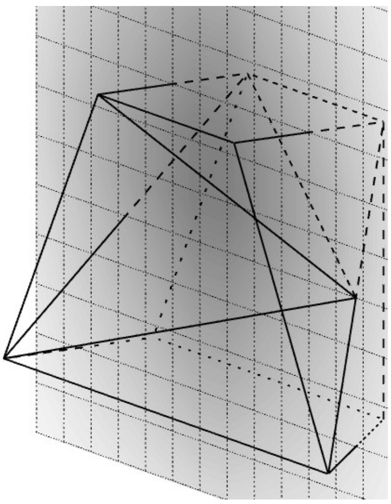

図 2

図 2 のように，点 L と線分 EH，AD それぞれの中点(I，J)の 3 点を通る平面を考える。この平面を図 3 に示す。

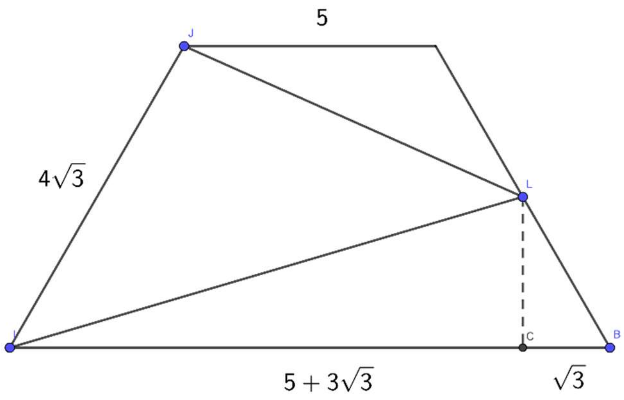

図 3

ここで，点 L を通り線分 JL と平行な直線を考え，それと線分 IC との交点を点 K とする。このとき，等積変形を考えると，$\triangle JLI = \triangle JKI$が成立する。このとき，線分 IK の長さは，$\triangle LCB \equiv \triangle LKB$が成立するから，$IK = 5 + 2\sqrt{2}$である。ゆえに，$\triangle JKI$の面積は，

$$\frac{1}{2}\left(5+2\sqrt{3}\right)\cdot 6 = 15 + 6\sqrt{3}$$

ここで，求める長さをhとすると，以下の方程式を得る。

$$\frac{1}{2}\cdot 4\sqrt{3}\cdot h = 15 + 6\sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow h = \frac{5\sqrt{3}+6}{2}$$

(2)

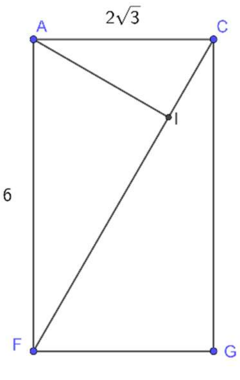

図 4

図 4 のように，立体を横から見た時を考える。このとき，線分 AI の長さを求める。三平方の定理(ピタゴラスの定理)より，$FC = 4\sqrt{3}$。$\triangle AIC \backsim \triangle FAC$より，$AI = 3$を得る。

三角錐$A - LED$の体積を求める。(1)より，$\triangle AED$を底面として考えたとき，高さは$\frac{5\sqrt{3}+6}{2}$であ

る。$\triangle AED = \frac{1}{2} \cdot 4\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{3} = 12$より，三角形$A-LED$の体積$V$は，

$$V = \frac{1}{3} \cdot 12 \cdot \frac{5\sqrt{3}+6}{2} = 10\sqrt{3} + 12$$

ここで，$\triangle EDL$の面積をSとすると，以下の方程式を得る。

$$V = \frac{1}{3} \cdot S \cdot AI$$

$$\Leftrightarrow 10\sqrt{3} + 12 = \frac{1}{3} \cdot S \cdot 3$$

$$\Leftrightarrow S = 10\sqrt{3} + 12$$

⑶

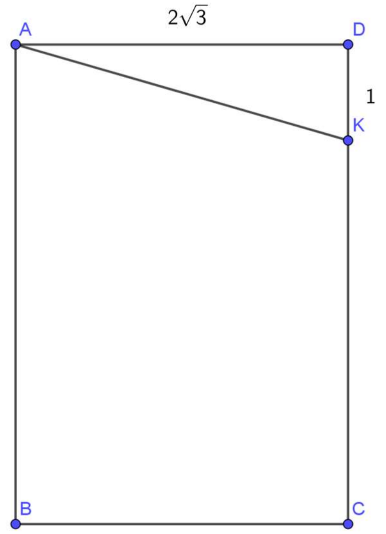

図 5

三平方の定理(ピタゴラスの定理)より，$AK = \sqrt{13}$を得る。⑵より$AI = 3$であるから，$\triangle AIK$について，三平方の定理(ピタゴラスの定理)を用いると，$IK = 2$を得る。

6　⑵

直線 AB の方程式を求める。$A = (-3,9a)$，$B = (2,4a)$であるから，基本形の直線の方程式$y = bx + c\ (b \neq 0, b, c \in \mathbb{R})$を用いて，2 元連立一次方程式，

$$\begin{cases} 9a = -3b + c \\ 4a = 2b + c \end{cases}$$

を得る。これを解いて，

$$b = -a, c = 6a$$

したがって，直線 AB の方程式は，

$$y = -ax + 6a$$

ここで，直線 AB に垂直な直線の方程式を考える。垂直に交わる直線の傾きをそれぞれm_1, m_2とすると，$m_1 m_2 = -1$が成立するから，直線 AB に垂直な直線の方程式の傾きは，$\frac{1}{a}$である。また，その直線は$C = (-3, -8)$を通るから，その方程式は，

$$y = \frac{1}{a}(x+3) - 8 = \frac{1}{a}x + \frac{3}{a} - 8$$

である。ここで，この直線と直線 AB は交点 D を持つから，その交点を求める。

$$\begin{cases} y = -ax + 6a \\ y = \dfrac{1}{a}x + \dfrac{3}{a} - 8 \end{cases}$$

を得る。その交点が，$B = (2, 4a)$で交わるから，この連立方程式について，$x = 2$はその解である。したがって，

$$-ax + 6a = \frac{1}{a}x + \frac{3}{a} - 8$$

に$x = 2$を代入したとき，aの方程式としてこれを解いて，

$$-2a + 6a = \frac{2}{a} + \frac{3}{a} - 8$$

$$\Leftrightarrow 4a - \frac{5}{a} + 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4a^2 + 8a - 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow (2a-1)(2a+5) = 0$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{1}{2}, -\frac{5}{2}$$

を得る。一方，$a > 0$は定義であるから，$a = -\frac{5}{2}$は不適である。ゆえに，

$$a = \frac{1}{2}$$

(3)

(2)より，$A = (-3, \frac{9}{2}), B = (2,2)$を得る。この 2 点を$9:16$に内分することを考える。

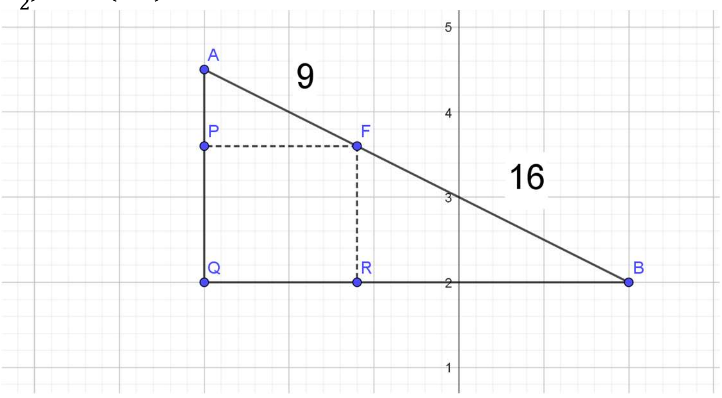

図 6

ここで，図 6 から，$AP:PQ = 9:16$，$QR:RB = 9:16$であるから，それぞれで，内分点を考えると，

$$P = \left(-3, \frac{18}{5}\right), R = (-\frac{6}{5}, 2)$$

を得るから，

$$F = (-\frac{6}{5}, \frac{18}{5})$$

ゆえに，直線mは点Fを通るから，

$$\frac{18}{5} = -\frac{6}{5}d + 4$$

$$\Leftrightarrow \frac{6}{5}d = \frac{2}{5}$$

$$\Leftrightarrow d = \frac{1}{3}$$

7　(1)

【証明】

$\triangle EHI$と$\triangle KJI$において，仮定より，$\angle EHI = \angle KJI$・・・①。ここで，対頂角は等しいから，$\angle EIH = \angle KIJ$・・・②。①，②より，2 つの角の大きさがそれぞれ等しいから，$\triangle EHI \backsim \triangle KJI$を得る。ゆえに，$\angle HEI = \angle JKI$・・・③。対頂角は等しいから，$\angle JKI = \angle LKD$・・・④。同じ弧に対する円周角は等しいから，弧$HF$に対する円周角について$\angle HEI = \angle HAF$・・・⑤，同様に弧$DB$に対する円周角について$\angle DAB = \angle GCB$・・・⑥。⑤，⑥より，$\angle HEI = \angle GCB$・・・⑦。③，④，⑥より，$\angle LKD = \angle GCB$・・・⑧。ここで，$\triangle LKD$と$\triangle GCB$において，同じ弧に対する円周角は等しいから，弧$AC$に対する円周角ついて，$\angle CBG = \angle ADG$・・・⑨。対頂角は等しいから，$\angle ADG = \angle KDL$・・・⑩。よって，2 つの角の大きさがそれぞれ等しいから，$\triangle LKD \equiv \triangle GCB$。

■

(2)

ここで，直線ℓと直線 AF について，$\angle EFA = \angle IJK$より，同位角が等しいから，２直線は平行である。このことを利用すると，簡単に得られる。