令 和 5 年 度

高等学校入学者選抜学力検査模擬問題

数　　　学

注　意　事　項

1　問題は，1ページから6ページまであります。
2　解答は，すべて回答用紙に記入しなさい。
3　問題の著作権を，すべて放棄する。

作問者　鶴の剣

1　次の⑴～⑶の問いに答えなさい。（10 点）

⑴　次の計算をしなさい。

ア　$5 \times (-7) + 3$

イ　$(5x^3y - 35xy^2) \div 5xy$

ウ　$\frac{5x-y}{3} - \frac{3x-2y}{2}$

エ　$\sqrt{7} - \sqrt{3}\left(3 - \sqrt{21}\right)$

⑵　$x = \frac{5}{4}$のとき，$(2x-3)(x-4) - x(2x+1)$の式の値を求めなさい。

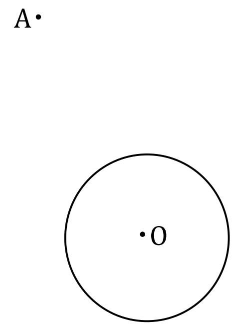
⑶　次の式を因数分解しなさい。

$$-3x^2 - 2xy + 4x + 4y + 4$$

2　次の(1)〜(3)の問いに答えなさい。(6 点)

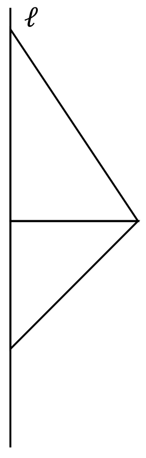
(1)　図 1 において，点Aを通る円Oの接線を 2 本，作図しなさい。
　ただし，作図には定規とコンパスを使用し，作図に用いた線は残しておくこと。

図 1



(2)　図 2 のように，直線ℓ上に底辺の長さが4 cm，斜辺の長さが5 cm の直角三角形と底辺の長さが 3 cm の直角三角形が 1 辺を共有している。
　このとき，直線ℓを一回転してできる図形の体積を求めなさい。ただし，円周率はπとする。

図 2



(3)　サイコロを 2 回振って出た目の和が，素数となる確率を求めよ。ただし，素数とは，自然数の中で 1 と自分自身でしか割り切れない数のことを言い，サイコロを振るとき，どの目が出ることも同様に確からしいものとする。

3　ある場所における，毎年５月の平均気温を調べた。表１は，2007 年から 2021 年までの 15 年間について調べた結果をまとめたものである。
このとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。（3 点）

(1)　表１について，2013 年の５月の平均気温における真の値をTとしたとき，Tの取りうる範囲を求めなさい。

(2)　表１から読み取れることとして正しいものを次の**ア**～**オ**の中から２つ選びなさい。

ア　各年の５月で 30℃を超えたことはない。
イ　毎年５月の平均気温の平均は 2007 年から 2021 年までの５月の平均気温と言える。
ウ　四分位範囲は，全体の範囲の 45%である。
エ　毎年５月の平均気温の平均から±0.6℃の範囲に全ての記録がある。
オ　2022 年の記録を追加したとき，最頻値は２つの値を取り，中央値は 19.55 となったという。このとき，2022 年の記録を求めることができる。

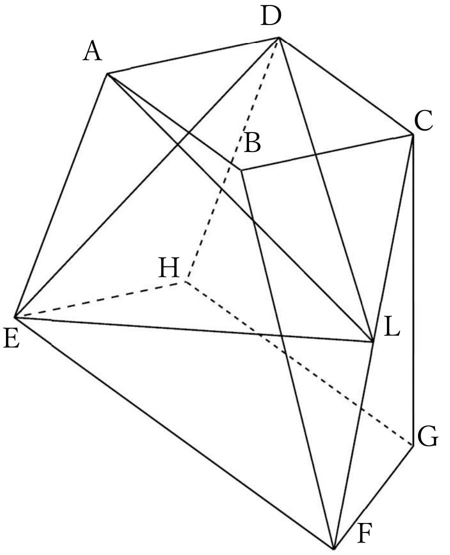
表１

年	５月の平均気温(℃)
2007	19.3
2008	19.1
2009	19.7
2010	18.5
2011	18.9
2012	19.2
2013	19.0
2014	20.5
2015	20.2
2016	20.0
2017	20.0
2018	19.8
2019	20.3
2020	19.9
2021	19.4
計	293.8

4　ある白熱電球の消費電力がx Wであり，あるテレビの消費電力がy Wであるという。それぞれの電力の変換効率は，55%，75%である。このとき，白熱電球を１分間，テレビを２分間使用したときの本来の目的で使用された消費電力量は，15855 Jであった。また、２つの消費電力の合計は230 Wであった。ただし，単位Wは，J/秒と等しく，変換効率とは，消費された電力のうち本来の目的で使用された電力の割合のことをいう。このとき，x, yについて方程式をつくり，それぞれの値を求めなさい。（5 点）

5　図３において，四角形ABFEは，$AE = BF$の等脚台形であり，四角形CDGHについて$AD /\!/ BC /\!/ EH$，$\angle CGH = 90°$が成立している。また，$\angle AEF = 60°$，$AE = 4\sqrt{3}$，$AB = 5$であり，$\angle GFE = 45°$である。ここで，点Lを線分CFの中点とし，点Lと点A，点D，点Eをそれぞれ結ぶ。このとき，以下の問いに答えなさい。（9点）

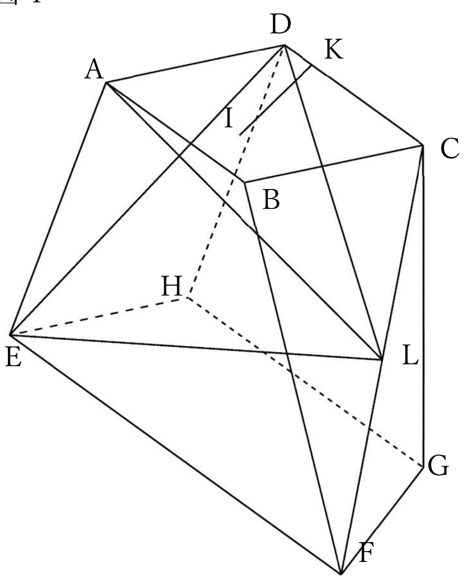
図３



⑴　△AEDのある面に点Lから垂線を下ろす。その交点を点Jとするとき，線分LJの長さを求めなさい。

⑵　△EDLの面積を求めなさい。

図４



⑶　図４のように，点Aから三角形EDLに垂線を下ろす。その交点を点Iとする。点Kを線分DC上に$DK = 1$となるように設置する。

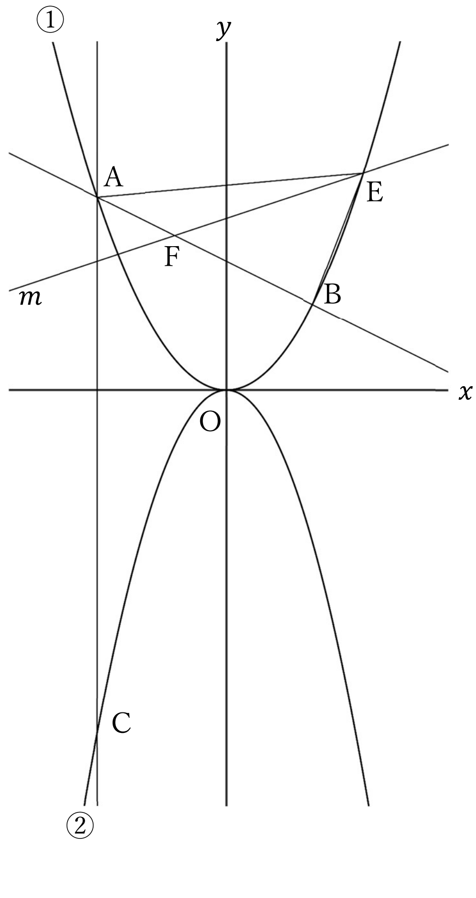
　このとき，線分IKの長さを求めなさい。

6　図５において，①は関数$y = ax^2\ (a > 0)$のグラフであり，②は関数$y = -\frac{8}{9}x^2$のグラフである。２点A，Bは，放物線①上の点であり，そのx座標は，それぞれ-3，2である。また，直線mは関数$y = dx + 4\ (d > 0)$のグラフである。

このとき，次の(1)〜(3)の問いに答えなさい。（8点）

(1)　xの変域が$-3 \leqq x \leqq 2$であるとき，関数$y = ax^2$のyの値域を，aを用いて表しなさい。

図５



(2)　点Aからx軸に垂線を下ろし，放物線②との交点を点Cとする。このとき，点Cから直線ABへの垂線と直線ABとの交点を点Dとする。

このとき，点Bと点Dが重なるようなaの値を求めなさい。

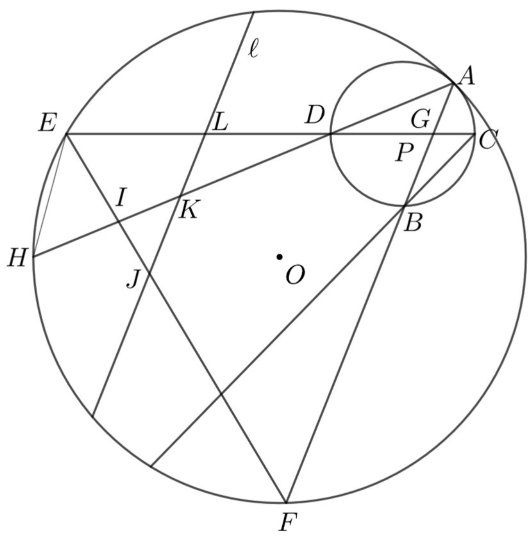
(3)　直線mと放物線①との交点のうち，x座標の大きい方を点Eとする。また，直線ABとの交点を，点Fとする。(2)で求めたaの値において，△AEFの面積と△EFBの面積の比が$9:16$となるようなdの値を求めなさい。

7 図６において，円Pは円Oに点Aで接する円であり， Bは円P上の点ある。劣弧AB上に点Cをとる。点Cと点Pを結んだ半直線と円Pとの交点のうち点Cでない点，円Oとの交点をそれぞれ，点D，Eとする。半直線ABと円Oとの交点のうち点Aでない点を点Fとする。また，線分ABと線分CDとの交点を点Gとし，半直線ADについて円Oとの交点を点Hとする。線分EFと線分AHとの交点を点Iとし，線分EF上に点Iに対して点F側の点を点Jとして，交点を点Jとする線分を線分ℓとしたとき，線分EFとのなす鋭角が∠EHIと等しくなった。このとき，線分ℓと線分AD，線分CEとの交点をそれぞれ点K，Lとする。

このとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。（9 点）

(1) △LKD∽△GCB を証明しなさい。

図６



(2) $LD : DG : GB = 8 : 6 : 5$，$LK = 4$のとき，GCの長さを求めなさい。